

## Zusammenfassung

In der Ausgleichsrechnung in linearen Modellen nach der Methode der kleinsten Quadrate spielt die Geometrie der Beobachtungen eine entscheidende Rolle zur Begutachtung der erhaltenen Ergebnisse. Ein Schwerpunkt dieser Arbeit ist daher eine weitreichende Analyse der inneren Strukturen dieser Geometrie, um geometrische Besonderheiten aufzudecken. Diese sind durch die Wahl des Ausgleichsmodells bzw. der Beobachtungsanordnung bedingt. Als Auswirkung ergeben sich Beziehungen zwischen den Verbesserungen, die a priori (unabhängig vom konkreten Beobachtungsvektor) bestehen. Diese Fälle werden durch den neu eingeführten Begriff der latenten Restriktion charakterisiert, der eine Verallgemeinerung des bekannten Begriffes der Restriktion darstellt. Die sogenannte Normalform einer Design-Matrix bildet die Grundlage für praktische Berechnungen. Dazu wird ein Algorithmus für die Bestimmung einer Normalform zur Erkennung latenter Restriktionen vorgestellt.

Als Ergebnis (Grobanalyse der Geometrie) erhält man durch latente Restriktionen charakterisierte Beobachtungsgruppen, die sich zwar gegenseitig kontrollieren, jedoch nicht durch die restlichen Beobachtungen kontrolliert werden können. Bisher gelten die Teilredundanzen als Maß für die Kontrollierbarkeit einer Beobachtung. Sie (und damit auch statistische Maßzahlen, die auf den Teilredundanzen basieren) sind jedoch auf Grund der ihnen eigenen Verschmierungeffekte zum Zweck der Analyse und Beurteilung der Beobachtungsgeometrie unzureichend. Deshalb sollten z. B. statistische Tests und DIN-Normen durch neue Vorschriften geändert bzw. ergänzt werden.

Auf der Grobanalyse der Geometrie baut nun die Feinanalyse der Beobachtungen mittels Balancierfaktoren auf. Diese resultieren aus einem Vergleich zwischen Ist-Geometrie einer Ausgleichung und einer idealen Soll-Geometrie (Design im Beobachtungsraum) und widerspiegeln durch ihre Größenverhältnisse den Einfluß der einzelnen Beobachtungen und Beobachtungsgruppen untereinander. Durch eine balancierte Ausgleichung wird der Gesamt-freiheitsgrad der Ausgleichung gleichmäßig auf alle Beobachtungen verteilt. Damit wird der Einfluß der Geometrie der Beobachtungen über die Balancierfaktoren berücksichtigt und das bisherige Modell der Ausgleichsrechnung nach vermittelnden Beobachtungen im Sinne einer Verallgemeinerung der Eigenschaften des arithmetischen Mittels erweitert. Bei diesem Ansatz der Ausgleichung mit balancierten Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate erhalten alle Teilredundanzen gleich große numerische Werte. Für den Sonderfall einer Überbestimmung gilt stets, daß die Varianz der Gewichtseinheit bei balancierter und unbalancierter Ausgleichung identisch ist. Für  $n \rightarrow \infty$  gehen die ausgeglichenen Beobachtungen in die ursprünglichen Beobachtungen über, was bei der herkömmlichen Methode der kleinsten Quadrate im Allgemeinen nicht der Fall ist.

Zur Analyse der Geometrie von Beobachtungen wird ein Vorschlag für die notwendigen Arbeitsschritte angegeben. Dieser beinhaltet die Aspekte Teilausgleichung, Rangdefekte, Mehrfachbeobachtungen, Total- und Nullredundanz, direkte Ausgleichung innerhalb einer vermittelnden Ausgleichung, Zerfallen der Normalform und latente Restriktionen (Grobanalyse) bis hin zur Berechnung der Balancierfaktoren als Maß für die Abweichung von einer idealen Geometrie (Feinanalyse der Beobachtungen). Anhand von geodätischen Beispielen wird die Vorgehensweise bei der Analyse der Beobachtungsgeometrie dargestellt und eine Interpretation der latenten Restriktionen vorgenommen. Die aufgezeigte Analyse der inneren Strukturen der Beobachtungsgeometrie bildet die Grundlage für eine Untersuchung der Optimierung geodätischer Netze (Design 0. bis 3. Ordnung) bzw. der Optimierung geodätischer Meßoperationen.

Auf Basis der neuen Erkenntnisse zur Geometrieanalyse und Balancierung werden als Anwendungen im Bereich mechanischer Netze neue Analogien zwischen der Ausgleichsrechnung und Elastostatik aufgezeigt. Der gleichmäßigen Verteilung des Gesamtfreiheitsgrades der Ausgleichung auf alle Beobachtungen (Balancierung) entspricht ein auf alle Stäbe eines Tragwerkes gleichermaßen verteilter Grad an statischer Unbestimmtheit.

Durch die mechanische Interpretation der Balancierfaktoren über das Hookesche Gesetz wird analog der geodätischen Netzoptimierung die Optimierung von Tragwerksstrukturen durch Anpassung der Materialeigenschaften (Optimierung von Querschnitten) dargelegt. In direkter Analogie zur statistischen Interpretation der Varianzen der Gewichtseinheit erfolgt eine Betrachtung der Formänderungsenergie bei

der Balancierung eines einfach statisch unbestimmten Tragwerks. Bei gleichem Materialeinsatz können durch Änderung der Stabquerschnitte entsprechend den Balancierungsfaktoren die Formänderungsenergie und die Normalkräfte verringert werden. Es wird die praktische Bedeutung der Normalform bei der Tragwerksberechnung angegeben. Im Spezialfall einer Überbestimmung lassen sich die Balancierungsfaktoren in direkte Beziehung zu den Kräften setzen, so daß eine Interpretation der Balancierungsfaktoren als Kräfte beim Gravitationsgesetz möglich wird. Auch bei Tragwerken ist die Erkennung von latenten Restriktionen von großer Bedeutung. Durch die eindeutige Erkennung von Substrukturen (Gruppen von Beobachtungen) wird die Aufdeckung und Behebung lokaler Schwächen von Baukonstruktionen erstmals exakt ermöglicht.